

MAT 4095 GRAF TEORİYE GİRİŞ BÜTÜNLEME SORULARI

Ad-Soyad:.....CEVAP ANAHTARI.....

05.02.2026

No :.....

Soru 1) n köşeli bir G basit grafının ve tümleyeninin kenar sayılarının toplamının neden $n(n-1)/2$ olduğunu açıklayınız.

Tümleyen tanımı gereği tümleyenin kenarları, grafta yer almayan tüm kenarlardır. Yani her bir kenar ya grafa ya da tümleyenine aittir. Bir başka deyişle graf ile tümleyeni üst üste konunca bir tam graf elde edilir. n köşeli bir tam grafa n 'in ikili kombinasyonları kadar kenar olduğundan aranan sayı $n(n-1)/2$ olur.

Soru 2) Tümleyeninin kenar sayısı 15 olan bir ağaçta köşe sayısı kaçtır? Açıklayınız.

G grafının köşe sayısı n , kenar sayısı m ise, tümleyeninin kenar sayısının $n(n-1)/2-m$ olduğunu biliyoruz. Bir ağaçta köşe sayısı kenar sayısından 1 fazla olduğundan $m = n-1$ alınır. Böylece $n(n-1)/2 - (n-1) = 15$ elde edilir. Yani $(n-1)(n-2) = 30$ ve buradan $n = 7$ bulunur.

Soru 3) Bir devir grafına kaç kenar eklenirse omega invaryantı 10 olur?

Bir devir grafının tek yüzü vardır ve omega invaryantı sıfırdır. Eklenen her bir kenar yüz sayısını bir arttırırken omega invaryantını 2 arttırır. Sonuçta omega invaryantını 10 arttırmak için 5 kenar eklemek gerekir.

Soru 4) D_3^3 dostluk grafını bir tam grafa tamamlamak için kaç kenar eklemek gerekir?

Bu dostluk grafının $3 \cdot 3 = 9$ kenarı ve 7 köşesi vardır. 7 köşeli bir tam grafın $7(7-1)/2 = 21$ kenarı vardır ve 9 köşeli bu grafa 12 köşe eklenmesi gerekir.

Soru 5) 16 köşeli bir merdiven grafının omega invaryantını hesaplayınız.

Bu merdiven grafının tüm köşelerinin dereceleri 3 olup derece dizisi $\{3^{(16)}\}$ olur ve omega invaryantı da $16(3-2) = 16$ olur.

Süre 50 dakikadır. Başarılar.

inc