

MAT 4095 GRAF TEORİYE GİRİŞ FİNAL SORULARI

Ad-Soyad:...CEVAP ANAHTARI.....

13.01.2025

No :.....

Soru 1) C_4H_{10} Bütan molekülünün tüm izomerlerinin Wiener indekslerini hesaplayınız ve hangi izomerin daha düşük sıcaklıkta kaynadığını bulunuz.

Bütan molekülünün iki izomeri olduğunu kolayca görebilirsiniz. Dört karbon atomunu birbirine bağlamaya kalkarsak bunu ya dördü bir çizgide, ya da üçü bir çizgide ve dördüncü ortadakine bağlı olacak şekilde yapabiliriz. İlk izomerde karbonlar arasındaki uzaklıkların toplamı $(1+2+3)+(1+2)+(1) = 10$, ikincide ise $(1+2+2)+(1+2)+(1) = 9$ olur. Bu da Wiener indeksi daha düşük olan ikinci izomerin daha düşük sıcaklıkta kaynayacağını gösterir.

Soru 2) L_n merdiven grafının tümleyeninin derece dizisini bulunuz.

L_n merdiven grafında $2n$ köşe vardır. Her bir köşe 3 komşuya sahiptir. Tümleyende ise her bir köşe kendisine ve esas graftaki komşularına komşu olamayacağından her bir köşenin derecesi $2n-1-3 = 2n-4$ olur. Yani derece dizisi $\{(2n-4)^{(2n)}\}$ olur.

Soru 3) Omega invaryantı 18 olan bir K_n tam grafının kutuplaşma sayısını bulunuz.

Derece dizisi $\{(n-1)^{(n)}\}$ olduğundan $n(n-1-2) = 18$ denklemi bize $n = 6$ verir. Bir tam grafın kutuplaşma sayısı da grafın köşe sayısına eşittir. Yani 6'dır.

Soru 4) Uzunluğu tek olan bir devir bulduran bir grafın iki parçalı bir graf olamayacağını açıklayınız.

İki parçalı bir grafta köşeleri beyaz ve siyah köşeler diye ikiye ayırabiliriz. Aynı renkten iki köşe komşu olamaz. Bir beyaz köşeden başlayan bir devirde bu köşenin komşusu siyah olur. 2 uzaklıktaki köşe ise tekrar beyaz olur. Bu şekilde her bir kenarı takip ettikçe köşenin rengi değişir. Devir tek uzunluklu ise başlangıç ve bitiş köşeleri farklı olur ve bu da bir devir oluşmayacağını gösterir.

Soru 5) Kenar sayısı 24, köşe sayısı 21 olan bir dostluk grafının omega invaryantını bulunuz?

Verilenlerden $m(n-1) + 1 = 21$ ve $mn = 24$ bulunur. Buradan $m = 4$ ve $n = 6$ elde edilir. Yani D_6^4 dostluk grafı. Bu grafta merkezdeki köşe dört altıgene de ait olup derecesi 8'dir. Diğer 20 köşenin dereceleri ise 2'dir. Omega invaryantı da $8-2 = 6$ olur.

Süre 50 dakikadır. Başarılar.

inc