

# MAT 4095 GRAF TEORİYE GİRİŞ FİNAL SORULARI

Ad-Soyad:.....

15.01.2024

No :.....

**Soru 1)** Derece dizisi  $\{1^{(15)}, 2^{(4)}, 5^{(a)}, 7^{(b)}\}$  olan bir grafın omega invaryantının  $-4$  olduğu biliniyor. Bu grafın kaç köşesi ve kaç kenarı vardır?

$\Omega = 3a + 5b - 15 = -4$  eşitliğinden  $3a + 5b = 11$  elde edilir.  $a$  ve  $b$  negatif olmayan tamsayılar olduğundan tek ihtimal  $a = 2$  ve  $b = 1$  olmasıdır. O halde  $\{1^{(15)}, 2^{(4)}, 5^{(2)}, 7^{(1)}\}$  derece dizisine sahip bir grafın köşe sayısı  $n = 15 + 4 + 2 + 1 = 22$  ve  $m$  kenar sayısı da  $2m = 1.15 + 2.4 + 5.2 + 7.1 = 40$  denkleminde  $m = 20$ 'dir.

**Soru 2)** İki bileşenli ve derece dizisi  $\{1^{(a)}, 2^{(777)}, 3^{(4)}, 5^{(5)}\}$  olan bir grafın yüz sayısı  $5$  ise  $a$  sayısını hesaplayınız.

$c$  bileşene sahip bir grafın yüz sayısı  $r = \Omega/2 + c$  olduğundan  $5 = \Omega/2 + 2$  ve  $\Omega = 6$  bulunur. Ayrıca  $\Omega = 1.4 + 3.5 - a = 6$  olacağından  $a = 13$  elde edilir.

**Soru 3)**  $\{1^{(a)}, 2^{(3)}, 3^{(2)}, 4^{(1)}\}$  derece dizisine sahip  $n$  köşeli ve  $m$  kenarlı bir grafta  $n+2m = 24$  ise  $a$  kaçtır?

Köşe sayısı  $n = a + 3 + 2 + 1 = a + 6$ , kenar sayısı ise  $m = (1.a + 2.3 + 3.2 + 4.1)/2 = (a + 16)/2$  olduğundan  $n + 2m = a + 6 + a + 16 = 2a + 22 = 24$  olarak verildiğinden  $a = 1$  bulunur.

**Soru 4)** Kenar sayısı  $15$ , köşe sayısı  $13$  olan bir dostluk grafının bağımsızlık sayısını bulunuz?

$D_a^b$  dostluk grafının kenar sayısı  $m = ab$ ; köşe sayısı ise  $n = b(a-1) + 1$ 'dir. O halde  $ab=15$  ve  $b(a-1) = 12$  denklemlerinden  $b = 3$  ve buradan  $a = 5$  bulunur. O halde  $D_5^3$  dostluk grafının bağımsızlık sayısı her beşgendeki ikişer köşeden dolayı  $6$  olur.

**Soru 5)**  $L_4$  merdiven grafını bir tam grafa tamamlamak için en az kaç kenar eklemek gerekir?

$L_4$  merdiven grafında  $8$  köşe ve  $12$  kenar mevcuttur. Dolayısıyla kenar ekleyerek ulaşılabilecek en küçük tam graf  $8$  köşeli tam graf olabilir.  $K_8$  tam grafında  $8.7/2 = 28$  tane kenar vardır. Dolayısıyla eklememiz gereken kenar sayısı  $28 - 12 = 16$  tanedir.

Süre 50 dakikadır. Başarılar.

inc