

MAT 4095 GRAF TEORİYE GİRİŞ BÜTÜNLEME SORULARI

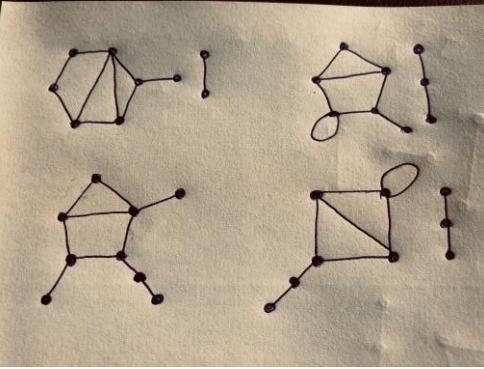
Ad-Soyad:.....CEVAP ANAHTARI.....

01.02.2022

No :.....

Soru 1) Derece dizisi $\{1^{(3)}, 2^{(2)}, 3^{(3)}, 4^{(1)}\}$ olan graflardan 3 kapalı bölge (yüz) bulunduranların kaç bileşeni vardır, bunlardan bir tanesini çiziniz. Meritebe ve boyutunu belirleyiniz.

Deneme yoluyla çok sayıda graf çizilebilir. Bunlardan dört tanesi aşağıdadır. Bunların ortak özelliği iki bileşenli olmalarıdır. Meritebe, köşe sayısı olup üslerin toplamıdır: $3+2+3+1 = 9$. Boyut ise kenar sayısı olup köşe dereceleri toplamının yarısıdır: Bu da 10 olur.



Soru 2) Köşe dereceleri sadece 3 ve 4 olan bir grafın toplam 7 köşesi vardır. Bu grafın kenar sayısı neler olabilir?

Köşe dereceleri toplamı çift olması gerektiğinden derecesi 3 olan köşe sayısı 2, 4 veya 6 olabilir. Bu durumda köşe dereceleri toplamı için şu ihtimaller vardır:

2 tane 3 dereceli köşe varsa 5 tane de 4 dereceli köşe vardır ve köşe dereceleri toplamı $2 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 26$ olur ve kenar sayısı, bunun yarısı olan 13 olabilir. Benzer şekilde 4 tane 3 dereceli ve 3 tane de 4 dereceli köşe varsa köşe dereceleri toplamı $4 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 24$ olur ve kenar sayısı 12 olabilir. Son olarak 6 tane 3 dereceli ve 1 tane de 4 dereceli köşe varsa köşe dereceleri toplamı $6 \cdot 3 + 1 \cdot 4 = 22$ olur ve kenar sayısı 11 olabilir.

Soru 3) Regüler olan bir ağaç bulunabilir mi? Açıklayınız.

Ağaç, bağlantılı ve devir içermeyen bir graftır. Tek köşeden oluşan aşıkâr grafın tek köşe derecesi sıfırdır ve regülerdir. İki köşeli graflardan sadece biri, yani iki köşeyi birleştiren bir kenardan oluşan graf bağlantılı olduğundan bir ağaçtır ve köşe dereceleri 1 olup regülerdir. Üç veya daha fazla köşesi olup devir içermeyen graflarda uç köşelerin dereceleri 1 olup arada derecesi en az 2 olan köşeler bulunacaktır. Yani bu iki ağaç dışında regüler bir ağaç bulunamaz.

Soru 4) Bir ağacın tümleyeni de bir ağaç olabilir mi? Açıklayınız.

S_4 yıldız grafının tümleyeni C_3 devir grafıdır. Daha büyük yıldız graflarının tümleyenleri de çeşitli sayıda devir içerir. Yani bir ağacın tümleyeninin ağaç olabilmesi hakkında net bir şey söylenemez. Olabilir de, olamaz da...

Soru 5) Derece dizisi sadece tek sayılardan oluşan bir graf olabilir mi? Açıklayınız.

Dereceler toplamı çift olmalıdır. O halde derece dizisi çift sayıda tek dereceden oluşan bir graf mevcuttur.

Süre 40 dakikadır. Başarılar.

inc