

MAT 4095 GRAF TEORİYE GİRİŞ FINAL SORULARI

Ad-Soyad:...CEVAP ANAHTARI.....

16.01.2020

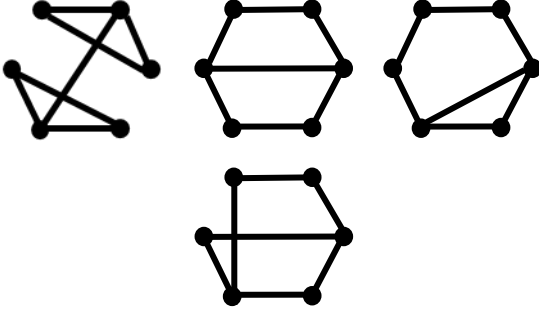
No :.....

Soru 1) n köşeli bir G basit grafında G' tümleyen grafının kenar sayısı, G grafının kenar sayısına eşit ise n hakkında ne söylenebilir?

G ve G' graflarının kenar sayıları m ve m' olsun. $m = m'$ olduğu veriliyor. G ve G' graflarında toplam $n(n-1)/2$ tane kenar olduğunu biliyoruz. O halde $m+m' = 2m = n(n-1)/2$ olmalıdır. Buradan $n^2 - n - 4m = 0$ denklemi elde edilir. $\Delta = 1+16m$ olup n 'in tamsayı olabilmesi için $1+16m$ sayısının bir tek tam kare olması gerektiğini buluruz. $1+16m=k^2$ dersek $k^2 \equiv 1 \pmod{16}$ ve buradan $k \equiv \pm 1 \pmod{8}$ elde edilir. Buradan da $n \equiv 0$ veya $1 \pmod{4}$ elde edilir.

Soru 2) Derece dizisi $\{2,2,2,2,3,3\}$ olan kaç tane bağlantılı basit graf çizilebilir? Çiziniz.

4 tane çizilebilir:



Soru 3) Derece dizisi sadece tek sayılardan oluşan bir graf olabilir mi? Örnek vererek açıklayınız.

Dereceler toplamı çift olmalıdır. Yani derece dizisi tek sayılardan oluşacaksa çift sayıda eleman bulundurulmalıdır. Bu şartı sağlayan sonsuz çoklukta derece dizisi bulunur. Birkaç tanesi $\{1,1\}$, $\{1,3\}$, $\{1,3,3,5\}$, $\{3,3,5,7,7,11\}$ şeklindedir.

Soru 4) Tümleyenine eşit olan 4 mertebeli bir graf bulunuz.

P_4 patika grafının tümleyeni kendisidir.

Soru 5) İki bileşenli bir G grafının her bileşeni bir tam graf olsun. Bileşenlerin kenar sayılarının oranı 3 olsun. G 'nin mertebesini hesaplayınız.

Bileşenler K_n ve K_m olsun. Kenar sayıları sırasıyla $n(n-1)/2$ ve $m(m-1)/2$ olur. O halde

$$(n^2-n)/2 = 3(m^2-m)/2$$

yazılabilir. O halde $n^2-n = 3(m^2-m)$ eşitliğinden deneme yoluyla $(n,m) = (3,2)$ veya $(10,6)$ bulunur. Dolayısıyla G 'nin mertebesi $n+m = 5$ veya 16 olur.

Süre 70 dakikadır. Başarılar.

inc