

# MAT 4095 GRAF TEORİYE GİRİŞ ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:...CEVAP ANAHTARI.....

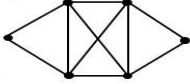
25.11.2019

No :.....

**Soru 1)**  $D_3^2$  dostluk grafının doğru grafını çiziniz ve köşe ve kenar sayılarını bulunuz.

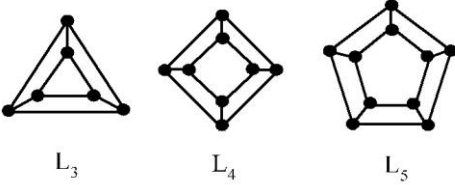


$D_3^2$  dostluk grafının doğru grafı



şeklinde dir. Köşe ve kenar sayıları da sırasıyla 6 ve 10 olur.

**Soru 2)**  $n > 2$  için  $L_n$  merdiven grafının bağımsızlık ve kutuplaşma sayılarını belirleyiniz.



Kutuplaşma sayısı  $n = 3$  iken 3,  $n > 3$  iken 2'dir. Bağımsızlık sayısı ise  $n$  tek iken  $n-1$ ,  $n$  çift iken  $n$ 'dir.

**Soru 3)** Her köşesi en az bir kenara bitişik olan ancak hiçbir kenarı bir diğer kenara komşu olmayan basit bir grafın mertebesi (köşe sayısı) neler olabilir?

Her köşe en az bir kenara bitişik ise izole nokta yok demektir. Hiçbir kenar bir başka kenara komşu değilse her bir köşeden bir tek kenar çıkıyor demektir. Yani tüm köşe dereceleri en az 1 ve en çok 1'dir. Bu da aranan basit grafın her bir köşe derecesinin tam 1 olduğunu gösterir. Böyle bir graf belli sayıda, diyelim ki  $k$  tane,  $K_2$  kenarından oluşur. Yani köşe sayısı  $2k$  olur. Bu da mertebenin çift sayı olduğunu gösterir.

**Soru 4)** Köşe dereceleri 1,1,1,2,2,2,2,2,4,14 olan bir basit graf çizilebilir mi? Açıklayınız ve çizilebilirse çiziniz.

Basit bir grafta 14 dereceli bir köşe varsa bu köşeden diğer köşelere 14 tane kenar mevcuttur. Basit graf olduğundan en az 14 köşe daha olmalıdır. Ancak toplam köşe sayısı 11 olduğundan böyle bir graf çizilemez.

**Soru 5)** Boyutu mertebesine eşit olan bağlantılı ve basit grafaların ortak özellikleri nedir? Açıklayınız.

Ağaçlarda köşe sayısının kenar sayısından bir fazla olduğunu biliyoruz. O halde aranan grafı elde etmek için bir ağaca köşe sayısını arttırmadan yeni bir kenar eklemek gerekir. Bu da mevcut olan iki köşeyi birleştirmek anlamına gelir. Böyle bir birleştirme sonucunda grafta bir kapalı bölge oluşur. Yani mertebesi boyutuna eşit olan bir graf tek bir kapalı yüze sahip olan graflardır.  $C_n$  ve  $T_{r,s}$  grafları gibi.

Süre 70 dakikadır. Başarılar.

inc