

MAT3020 SOYUT CEBİR FİNAL SORULARI

Ad-Soyad :...CEVAP ANAHTARI.....

08.06.2016

No:.....

Soru 1) Bir cisimde sadeleştirme kuralları geçerli midir? Açıklayınız.

Çözüm. Bir cisim aynı zamanda bir tamlık bölgesidir. Tamlık bölgeleri de sıfır bölensizdir. Sıfır bölensizlik sadeleştirme kurallarının geçerli olmasına denktir. Yani bir cisimde sadeleştirme kuralları geçerli olur.

Soru 2) Bir R halkasında iki elemanın çarpımı etkisiz eleman ise bu elemanlardan en az biri etkisiz eleman olmalı mıdır? Örnek veriniz.

Çözüm. Olmak zorunda değildir. Örneğin Z_6 halkasında $3 \cdot 4 = 0$ olmasına rağmen ne 3, ne de 4, halkanın etkisiz elemanı olan sıfıra eşit değildir.

Soru 3) Bir R halkasında a ve b elemanları için

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

özdeşliği her zaman geçerli midir? Açıklayınız.

Çözüm. $(a - b)(a + b) = a \cdot a + a \cdot b - b \cdot a - b \cdot b$
 $= a^2 + a \cdot b - b \cdot a - b^2$

olup $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ olması ancak $a \cdot b - b \cdot a = 0$ yani $a \cdot b - b \cdot a$ olmasıyla mümkün olacaktır. Bu da halkanın değişmeli olması demektir.

Soru 4) S_n/A_n grubu ile D_n/C_n grubu arasında bir izomorfizm bulunabilir mi? Neden?

Çözüm. Evet bulunabilir. İki grubun da mertebesi 2 olduğundan ve mertebesi 2 olan tek grup C_2 olduğundan iki grup izomorftur.

Soru 5) 6 elemanlı dihedral grubun tüm altgruplarını bulunuz.

Çözüm. 6 elemanlı dihedral grup D_3 'tür. Lagrange teoremi gereği altgruplarının mertebeleri 6'nın pozitif bölenleri, yani 1, 2, 3 ve 6 olabilir. 6 elemanlı altgrup, D_3 'ün kendisidir. Diğer altgrupları 1, 2 veya 3 elemanlı olabilir. Bunlar da C_1, C_2 ve C_3 'tür.

Not: Süre 70 dakikadır. Başarılar. İNC