MAT 3019 SAYILAR TEORİSİ FİNAL SORULARI

Ad-Soyad:...CEVAP ANAHTARI…….... **13.01.2016**

No :..

Soru 1) $ax + (a+1)y \equiv b$ (m) kongrüansının 17 çözümü varsa a, b ve m sayılarını belirleyiniz.

Öncelikle $(a,a+1) = 1$ olup $(a, a+1,m) = 1$ olur ve çözüm şartı olan $1|b$ şartı her b tamsayısı için sağl b herhangi bir tamsayı olabilir. anır. Bu şart aynı zamanda her a tamsayısı için de sağlanır. Yani a ve b herhangi tamsayılar olabilir. Çözüm sayısı 17 olduğundan $m = 17$ olmalıdır.

Soru 2) Hangi m birleşik sayıları için 2^m-1 farkının asal olduğunu belirleyiniz.

$a, b > 1$ için $m = ab$ olsun. O halde $2^m-1 = 2^{ab}-1 = (2^a)^b-1^b = (2^a-1)((2^a)^{b-1}+(2^a)^{b-2}+ \dots +2^a+1)$ olarak yazılabilir. Burada $a > 1$ olup ilk çarpan olan $2^a-1 > 1$ olur ve ikinci parantez de 1'den büyük olduğundan 2^m-1 sayısı 1'den büyük iki sayının çarpımı olacağından asal olamaz.

Soru 3) Sonsuz çoklukta n sayısı için $\varphi(n)$ sayısının 7 ile bölünebildiğini gösteriniz.

Örnek olarak $n = 29^m$ sayılarını düşünelim. $\varphi(29^m) = 29^m - 29^{m-1} = 29^{m-1}(29-1) = 7\cdot4\cdot29^{m-1}$ olarak düzenlenebileceğinden bu n sayıları için $\varphi(n)$ 7 ile bölünebilir. Bu şekilde bir çok sayı dizisi bulabilirsiniz.

Soru 4) p bir tek asal sayı olsun. p, x^3+2x sayısını bölüyorsa ve $(p,x) = 1$ ise $p \equiv 1$ veya 3 (8) olduğunu gösteriniz.

$x^3+2x = x(x^2+2)$ olup $p|(x^3+2x)$ olması $p|x(x^2+2)$ olmasına denktir. P asal olduğundan bu da $p|(x^2+2)$ olması anlamına gelir. Yani $x^2 \equiv -2$ (p) olmalıdır. Bu da teorem gereği $p \equiv 1$ veya 3 (8) iken olabilir.

Soru 5) $x^2 \equiv -7$ (1009) kongrüansının çözümünü belirleyiniz.

1009 bir tek asal sayı olduğundan $\left(\frac{-7}{1009}\right)$ Legendre sembolünün hesaplanması gerekir. $1009 \equiv 1$ (4) olduğundan $\left(\frac{-1}{1009}\right)=1$ olduğunu biliyoruz. O halde $\left(\frac{-7}{1009}\right) = \left(\frac{-1}{1009}\right)\left(\frac{7}{1009}\right) = \left(\frac{7}{1009}\right) = \left(\frac{1009}{7}\right)(-1)^{\frac{1008}{2}\cdot\frac{6}{2}} = \left(\frac{1009}{7}\right) = \left(\frac{1}{7}\right) = +1$ olacağından bu kongrüansın bir çözümü vardır. $84^2 = 7056 \equiv -7$ (1009) olduğundan aranan çözüm 84 olur.

Süre 70 dakikadır. Başarılar. **inc+ay**