

MAT 3008 TOPOLOJİ FİNAL SORULARI

Ad-Soyad:.....CEVAP ANAHTARI

05.06.2008

No :.....

Soru 1) τ_1 ve τ_2 boş kümeden farklı X kümesi üzerinde iki topoloji ise $\tau_1 \cup \tau_2$ de bir topoloji olur mu? Açıklayınız.

Örneğin $X = \{a, b, c\}$ kümesi üzerinde

$$\tau_1 = \{\emptyset, X, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\} \text{ ve } \tau_2 = \{\emptyset, X, \{c\}\}$$

topolojilerini alırsak

$$\tau_1 \cup \tau_2 = \{\emptyset, X, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}\}$$

ailesi $\{a\} \cup \{c\} = \{a,c\}$, $\tau_1 \cup \tau_2$ 'nin elemanı olmadığından bir topoloji değildir.

Soru 2) (X, τ) bir topolojik uzay, $A \in \tau$ ve $A \subset Y \subset X$ ise $A \in \tau_Y$ olduğunu gösteriniz.

Y kümesi üzerindeki alt uzay topolojisi

$$\tau_Y = \{Y \cap T : T \in \tau\}$$

dir. $A \in \tau$ ve $A \subset Y$ olduğundan $Y \cap A = A \in \tau_Y$ olduğu görülür.

Soru 3) $X = \{a, b, c, d\}$ üzerinde $\tau = \{\emptyset, X\}$ ayrık olmayan topolojisi bulunsun. $A = \{a, b\}$ kümesinin içini, dışını, sınırını, kapanışını ve yığılma noktalarının kümesini bulunuz.

$$\overset{o}{A} = \emptyset$$

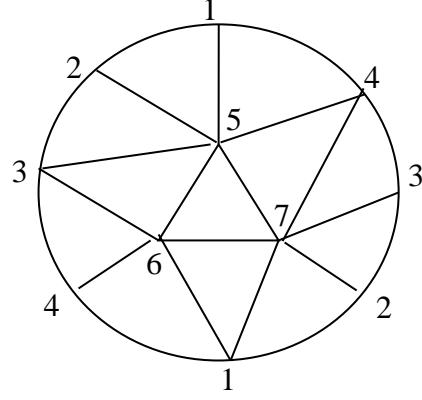
$$\text{dış } A = \emptyset,$$

$$\delta A = \{a, b, c, d\}$$

$$\text{Yığılma noktaları kümesi} = \{a, b, c, d\}$$

$$\overline{A} = X \text{ dir.}$$

Soru 4) Projektif düzlemin 7 köşeli bir üçgenlemesini çizip Euler karakteristiğini hesaplayınız.



Köşe sayısı = 7; Kenar sayısı = 18; Üçgen sayısı = 12 olup projektif düzlemin Euler karakteristiği

$$\chi(T) = 7 - 18 + 12 = 1$$

olarak bulunur.

Soru 5) $X = \{a, b, c\}$ olmak üzere (X, τ) ayrık topolojik uzay ve (X, π) herhangi bir topolojik uzay olmak üzere

$$f : X_\tau \rightarrow X_\pi$$

$f(x) = b$ şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun sürekli olduğunu gösteriniz.

Her $B \in \pi$ için $f^{-1}(B) \subset X$ ve τ ayrık topoloji olduğundan $f^{-1}(B) \in \tau$ 'dur. Yani f sürekli dir.

Not: Süre 70 dakikadır. Başarılar. **İNC**