

Ad-Soyad:.....CEVAP ANAHTARI.....

No :.....

**Soru 1)  $Q$  irrasyonel sayılar kümesi  $R$  alışımlı uzayında bağlantılı mıdır? Açıklayınız.**

$G = (-\infty, 1)$  ve  $H = (1, \infty)$  kümeleri bu uzayda açıktır.  $G$  ile  $H$ 'in birleşimi  $A = Q$ 'yu örter.  $G$  ile  $H$  kesişmez. Ayrıca  $G$  ve  $H$ 'in  $Q$ 'nun elemanlarını bulundurduğu açıktır. O halde  $G$  ve  $H$  kümeleri  $A$ 'nın bir ayrışımıdır. Yani  $Q$  rasyonel sayılar kümesi  $R$  uzayında bağlantısızdır.

**Soru 2)  $(X, d)$  ayrık metrik uzay ve  $Y$  boş olmayan bir altküme ise  $Y$  tam uzay olur mu? Açıklayınız.**

Ayrık metrik uzaydaki her kümenin hem açık hem de kapalı olduğunu biliyoruz. Aynı zamanda ayrık metrik uzay tam uzaydır. Tam uzaylarda sadece kapalı alt uzayların tam olduğu sonucuna göre boş olmayan her altküme kapalı olacağından aynı zamanda tam da olur.

**Soru 3)  $N$  doğal sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir fonksiyonun sürekliliğini inceleyiniz.**

$N$  üzerine indirgenmiş metriğe göre her alt küme  $R$ 'deki açıklarla  $N$ 'nin bir altkümesinin kesişimi olacağından açık olacaktır. O halde  $N$  üzerindeki indirgenmiş metrik ayrık metriktir. Tanım kümesi ayrık metrik olan her fonksiyon altında açıkların ters görüntüleri de garanti olarak açık olacaklarından sürekli olacaktır.

**Soru 4) Uzunluk, alan, sınırlılık, kompaktlık, bağlantılılık, tamlık, açıklık ve kapalılık kavramlarından hangileri birer metrik değişmezdir?**

Kompaktlık, bağlantılılık, açıklık ve kapalılık birer metrik değişmezdir. Uzunluk, alan, sınırlılık ve tamlık ise birer metrik değişmezdir değildir.

**Soru 5)  $X = \{a, b, c, d\}$  üzerinde bir  $\tau = \{\emptyset, X, \{c\}, \{d\}, \{a, d\}\}$  ailesi veriliyor. En az sayıda altküme ekleyerek  $\tau$  ailesini bir topolojiye tamamlayınız. Bu topolojide ne açık ne de kapalı olmayan kümeleri belirleyiniz.**

$\tau = \{\emptyset, X, \{c\}, \{d\}, \{a, d\}, \{c, d\}, \{a, c, d\}\}$  bir topoloji olmaktadır. Bu ailedeki kümeler uzayın açıklarını;  $X, \emptyset, \{a, b, d\}, \{a, b, c\}, \{b, c\}, \{a, b\}$  ve  $\{b\}$  ise uzayın kapalı kümelerini belirler. O halde ne kapalı ne de açık olan altkümeler  $\{a\}, \{a, c\}, \{b, d\}, \{b, c, d\}$  olur.

**Not: Süre 70 dakikadır. Başarılar. İNC**