MAT 4061 GALOIS TEORİSİ ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad: ..CEVAP ANAHTARI……...... **27.11.2007**

No : ....

Soru 1) Bir R tamlık bölgesinde sadeleştirme kurallarının gerçeklendiğini gösteriniz.

R bir tamlık bölgesi olsun. $ra = rb$ ve $r \neq 0$ olsun. Bu durumda $r(a-b) = 0$ dır. R bir tamlık bölgesi olduğundan $a-b = 0$ olmalıdır. Yani $a = b$ olur.

Soru 2) $R = Z_6[x]$'de birim olup sabit olmayan bir polinom bulunuz.

Z_6 bir cisim olmadığından böyle bir polinom bulunamaz.

Soru 3) $f(x)$ ya da $g(x)$ sabit olmamak üzere, $R = Z_4[x]$'de $3 = f(x)g(x)$ şeklinde bir çarpanlara ayırmanın mümkün olduğunu gösteriniz.

$f(x) = 2x+3$ ve $g(x) = 2x+1$ alınırsa $Z_4[x]$'de $f(x)g(x) = 1$ olduğu görülür.

Soru 4) F bir cisim olsun. $p(x) \in F[x]$ alalım. $(p(x))$ bir asal ideal ise $p(x)$'in indirgenemez olduğunu gösteriniz.

Tersine $p(x)$'in indirgenemez olmadığını varsayalım. Bu durumda $\partial(a) < \partial(p)$ ve $\partial(b) < \partial(p)$ olmak üzere p polinomu

$$p(x) = a(x).b(x)$$

şeklinde çarpanlarına ayrılabilir. (p) deki sıfırdan farklı her polinomun derecesi $\partial(p)$ den büyük ya da eşit olduğundan ne a nın ne de b nin (p) de kalmadığı görülür. Yani (p) bir asal ideal değildir.

Soru 5) Bir R halkasında bir I ideali herhangi bir birimi bulunduruyorsa I = R olması gerektiğini gösteriniz.

u, R halkasındaki bir I idealinde kalan bir birim olsun. Yani $u.v = 1$ olacak şekilde I'da kalan bir v elemanı mevcut olsun. u ve v, I'da kaldığından ve I bir ideal olduğundan u.v çarpımına eşit olan 1 elemanı da I'da kalacaktır. $I \subset R$ olduğu açıktır. O halde göstermemiz gereken $R \subset I$ olduğudur. Bunun için bir $a \in R$ alalım. $a = a.1$ olup a R'de; 1 de I'da kaldığından ideal tanımı gereği a da I'da kalacaktır. Yani $R \subset I$ olur. O halde $I = R$'dir.

Not: *Süre 70 dakikadır. Başarılar.* **İNC**