

MAT 3008 TOPOLOJİ ARASINAV SORULARI

13.04.2007

Ad-Soyad:.....

No :.....

Soru 1) \mathbb{N}^+ pozitif tamsayılar kümesi üzerinde $\tau = \{\emptyset, T_n = \{n, n+1, n+2, \dots\} \mid \forall n \in \mathbb{N}^+\}$ topolojisi verilsin. 6 sayısını bulunduran tüm açık kümeleri bulunuz.

6'yı bulunduran açık kümeler $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$ 'dır.

Soru 2) 1. sorudaki topolojiye göre $A = \{3, 6, 9, \dots\}$ kümesinin kapanışını bulunuz.

Bu uzaydaki kapalı kümeler açıkların tümleyenleri olduğundan $\mathbb{N}^+, \emptyset, \{1\}, \{1,2\}, \{1,2,3\}, \{1,2,3,4\}, \dots$ şeklindedirler. Bunlar içinde A kümesini kapsayan en küçük kapalı küme \mathbb{N}^+ olduğundan A'nın kapanışı \mathbb{N}^+ olur.

Soru 3) Reel uzayda τ alışımlı topolojisini alalım. $S = \{(a, \infty), (-\infty, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ ailesi τ için bir taban mıdır? Alt taban mıdır?

Herhangi bir açık kümeyi (a, ∞) ve $(-\infty, b)$ aralıklarının birleşimi olarak yazamayacağımızdan S bir taban olamaz. Ancak bu tür aralıkların kesişimi ile $(a, \infty) \cap (-\infty, b) = (a, b)$ gibi her bir açık aralığı elde edebileceğimizden ve açık aralıklar ailesi reel uzaydaki alışımlı topoloji için bir taban olduğundan S bir alt tabandır.

Soru 4) $X = \{a, b, c\}$ kümesi üzerindeki tüm 4 elemanlı topolojileri listeleyiniz.

$\{\emptyset, X, \{a\}, \{a, b\}\}$
 $\{\emptyset, X, \{a\}, \{a, c\}\}$
 $\{\emptyset, X, \{b\}, \{a, b\}\}$
 $\{\emptyset, X, \{b\}, \{b, c\}\}$
 $\{\emptyset, X, \{c\}, \{a, c\}\}$
 $\{\emptyset, X, \{c\}, \{b, c\}\}$
 $\{\emptyset, X, \{a\}, \{b, c\}\}$
 $\{\emptyset, X, \{b\}, \{a, c\}\}$
 $\{\emptyset, X, \{c\}, \{a, b\}\}$

Soru 5) $X = \{a, b, c, d, e\}$ kümesi üzerinde $\tau = \{X, \emptyset, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c, d\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, e\}\}$ topolojisinin bulunduğunu varsayalım. $A = \{a, c, e\}$ kümesinin içini, dışını, sınırını, yığılma noktalarını ve kapanışını bulunuz.

$\overset{o}{A} = \{a\},$
dış $A = \emptyset,$
 $\delta A = \{b, c, d, e\}$
Yığılma noktaları kümesi = $\{b, c, d, e\}$
 $\overline{A} = X$

Not: Süre 70 dakikadır. Başarılar. **İNC**