

MAT 3014 SOYUT CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ II FİNAL SORULARI

Ad-Soyad:.....CEVAP ANAHTARI.....

01.06.2006

No :.....

Soru 1) Bir halkada sadeleştirme kuralları geçerli ise bu halkanın tamlık bölgesi olması için neler gerekir? Açıklayınız.

Bir halkanın tamlık bölgesi olması için gerek ve yeter şart sadeleştirme kurallarının geçerli olmasıdır. Dolayısıyla sadeleştirme kurallarının geçerli olması da tamlık bölgesi olmak için yeterlidir. Başka şarta gerek yoktur.

Soru 2) Sonlu bir tamlık bölgesinde sıfır dışında her bir elemanın çarpımsal tersinin var olup olmayacağını açıklayınız.

Sonlu bir tamlık bölgesinin bir cisim olduğunu biliyoruz. Dolayısıyla sıfır hariç tüm elemanların çarpmaya göre tersleri vardır.

Soru 3) 20 elemanlı bir grubun elemanları kaçınıcı mertebededir? Altgruplarının mertebeleri neler olabilir? Sebebini kısaca açıklayınız.

Lagrange teoremi gereği altgrupların mertebesi grubun mertebesini bölmelidir. Yani altgrupların mertebeleri 20'nin pozitif bölenleri olan 1, 2, 4, 5, 10 veya 20 olabilir. Bir eleman tek başına bir devirli grup üreteceğinden ve elemanın mertebesi bu devirli grubun mertebesiyle aynı olduğundan Lagrange teoreminin bir sonucu olarak elemanların mertebeleri de 20'nin pozitif bölenleri olan 1, 2, 4, 5, 10 veya 20 olabilir.

Soru 4) $f : G \rightarrow G'$ dönüşümü bir epimorfizm ise ve G ile G' gruplarının mertebeleri eşitse bir $g' \in G'$ elemanına G grubunun kaç elemanı gidebilir? Açıklayınız.

f epimorfizm ise örtendir. Buna ek olarak G ile G' gruplarının eleman sayılarının eşit olması birebirliği de gerektirir. Dolayısıyla f bir izomorfizmdir. Bir g' elemanına giden eleman sayısı dönüşüm birebir olduğundan bir tanedir.

Soru 5) 11 elemanlı bir cismin elemanlarını belirleyip, tersi olanların terslerini bulunuz.

11 asal olduğundan 11 elemanlı cisim olan $GF(11)$, Z_{11} ile aynıdır. Yani $GF(11) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ şeklindedir. Bir cisimde 0 dışında tüm elemanların çarpımsal tersleri mevcut olacağını biliyoruz. $1 \cdot 1 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 5 \cdot 9 = 7 \cdot 8 = 10 \cdot 10 = 1$ olduğundan 1 ve 10'un tersleri kendileridir. 2 ve 6; 3 ile 4; 5 ile 9 ve 7 ile 8, birbirinin tersi olan çiftlerdir.

Not: Süre 70 dakikadır. Başarılar. *INC*