

MAT 3035 METRİK UZAYLAR II 1. ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:.....

17.11.2005

No :.....

Soru 1) Herhangi bir metrik uzayda sınırlı bir dizinin yakınsak olup olmayacağını tartışınız.

Olabilir de, olmayabilir de.

Reel alışımlı uzayda $(-1)^n$ dizisi sadece 1 ve -1 değerlerini alacağından sınırlıdır. Ancak çift n değerleri için 1'e; tek n değerleri için -1'e yakınsamaktadır. Yani yakınsak değildir.

Aynı uzayda sabit diziler ise hem sınırlı hem de yakınsaktır.

Soru 2) Metrik uzaylar arasında sürekli bir fonksiyonun tersinin açıkları açıklara dönüştürüp dönüştürmediğini tartışınız.

f sürekli bir fonksiyon ise açıkların ters görüntüleri açıktır. Yani f^{-1} açıkları açıklara resmetmektedir.

Soru 3) $f: X_d \rightarrow Y_m$ bir homeomorfizm ise ve X bağlantılı ise Y uzayı bağlantılı olmak zorunda mıdır? Açıklayınız.

Homeomorfizm olduğundan f örtendir. O halde $f(X) = Y$ 'dir. Teorem gereği sürekli fonksiyonlar bağlantılı X uzayını bağlantılı $f(X)$ kümesine dönüştürmektedir. Yani Y bağlantılıdır.

Soru 4) Reel alışımlı uzayda irrasyonel sayılar kümesinin bağlantılı olup olmadığını tartışınız.

$G = (-\infty, 1)$ ve $H = (1, \infty)$ açık kümeleri irrasyonel sayılar kümesinin bir ayrışımıdır. Dolayısıyla irrasyonel sayılar kümesi bağlantılı değildir.

Soru 5) Reel alışımlı uzayın kompakt olup olmadığını tartışınız.

Örneğin $A_n = (-n, n)$ kümeleri reel uzayı örten açık bir örtü oluşturur. Ancak bunlardan sadece sonlu tanesiyle reel uzayın örtülemeyeceği açıktır. Yani bu açık örtünün sonlu bir alt örtüsü bulunamaz. Dolayısıyla reel alışımlı uzay kompakt değildir.

Not: Süre 60 dakikadır. Başarılar. İNC