

MAT 3014 SOYUT CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ II FİNAL SORULARI

Ad-Soyad:.....

No :.....

10.08.2005

Soru 1) $f : G \rightarrow G'$ bir epimorfizm olsun. Herhangi bir $g' \in G'$ elemanına giden bir g elemanı bulunmak zorunda mıdır? Varsa bu elemanların sayısı hakkında ne söylenebilir?

Epimorfizm, örten homomorfizmdir. f , örten olduğundan dolayı her $g' \in G'$ elemanına giden bir g elemanı bulunmak zorundadır. Etkisiz elemana giden eleman sayısı kadar (yani çekirdekteki eleman sayısı kadar) eleman g' ye gider.

Soru 2) Değişmeli bir grubun her altgrubu ile bölüm grubu oluşturulabilir mi? Kısaca açıklayınız.

Değişmeli bir grupta sağ kosetler sol kosetlere eşit olduğundan her altgrup normaldir. Dolayısıyla her altgrup ile bölüm grubu oluşturulabilir.

Soru 3) p asal olmak üzere, mertebesi p^3 olan bir devirli grubun altgrupların belirleyiniz. Altgrup diyagramını çiziniz.

Mertebesi p^3 olan devirli grubun tüm altgrupları da devirlidir ve mertebeleri de $1, p, p^2$ ve p^3 tür. Yani C_1, C_p, C_{p^2} ve C_{p^3} tür. Altgrup diyagramı ise



Soru 4) $C_{12} \cong \langle a \rangle$ devirli grubunda tersi kendisine eşit olan elemanları belirleyiniz. Nedenini açıklayınız.

a 'nın mertebesi 12, a^2 'nin mertebesi 6, a^3 'ün mertebesi 4, a^4 'ün mertebesi 3, a^5 'in mertebesi 12, a^6 'nın mertebesi 2, a^7 'nin mertebesi 12, a^8 'in mertebesi 3, a^9 'un mertebesi 4, a^{10} 'un mertebesi 6, a^{11} 'in mertebesi 12 dir.

Tersi kendisine eşit bir elemanın da ikinci mertebeden olduğunu biliyoruz. Dolayısıyla aranan elemanlar sadece a^6 'dir.

Soru 5) S_n/A_n grubu ile D_n/C_n grubu arasında bir izomorfizma bulunabilir mi? Neden?

Evet bulunabilir. İki grubun da mertebesi 2 olduğundan ve mertebesi 2 olan tek grup C_2 olduğundan iki grup izomorftur.

Not: Süre 70 dakikadır. Başarılar. **İNC**