

MAT 4061 GALOIS TEORİSİ 1.ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:.....

31.10.2003

No :.....

Soru 1) Simetri grubu C_2 ve $\{e\}$ olan iki dörtgen bulunuz.

Çeşitkenar dörtgen veya ikizkenar olmayan yamuk için simetri grubu $\{e\}$ dir. Deltoidin simetri grubu ise C_2 dir.

Soru 2) Galois teorisinin temel probleminden bahsediniz.

Her polinomun uygun (genişletilmiş) bir cisim üzerinde çarpanlara ayrılabilceği; ancak derecesi dörtten büyük olan polinomların köklerini katsayılar cinsinden veren bir formül elde edilemeyeceğidir.

Soru 3) Bir R halkasındaki keyfi sayıda idealin kesişiminin de bir ideal olduğunu gösteriniz.

R halkasında I_1, I_2, \dots ideal olsunlar. I ile bu ideallerin kesişimini gösterelim. İlk olarak her $a, b \in I$ için $a-b \in I$ olduğunu gösterelim. $a, b \in I$ ise kesişimin özelliğinden her i için $a-b \in I_i$ olur. Bu da $a-b \in I$ demektir. İkinci olarak $a \in I$ ve $r \in R$ olsun. Yine kesişimin özelliğinden her i için $a \in I_i$ olduğundan ve I_i bir ideal olduğundan $ar \in I_i$ olur. Bu da $ar \in I$ demektir.

Soru 4) Bir R halkasında sadeleştirme kuralları gerçekleşiyorsa R nin bir tamlık bölgesi olacağını gösteriniz. (20 puan)

R de sadeleştirme kuralı geçerli olsun. R de sıfırdan farklı r ve a elemanlarının $r.a = 0$ olacak şekilde bulunduğunu varsayalım. Bu durumda

$$r.a = 0 = r.0$$

eşitliğinden $a = 0$ bulunur ki bu bir çelişkidir.

Soru 5) R bir tamlık bölgesi, $f, g \in R$; $u, v \in R$ için $f = ug$ ve $g = vf$ şartını sağlayan sıfırdan farklı elemanlar olsun. $uv = 1$ olduğunu ve u ile v nin R de iki birim olduğunu gösteriniz.

$f = ug = u(vf) = (uv)f$ olup tamlık bölgesinde sadeleştirme kuralı gerçekleştiğinden $1 = uv$ elde edilir. Bu da u ve v nin birim olduğu anlamına gelir.

Not: Süre 70 dakikadır. Başarılar. **İNC**