

## MAT207 METRİK UZAYLAR I 2.ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:.....

24.12.2001

No :.....

**Soru 1)** Ayrık metrik uzayda her noktanın kendisinin bir komşuluğu olduğunu gösteriniz. (20 puan)

$x \in X$  olsun. seçersek  $x$  in  $\varepsilon$  komşuluğu  $D(x, \varepsilon) = \{y \in X : d(y,x) < \varepsilon\}$  olur.  $\varepsilon \leq 1$  olduğundan bu küme denk olarak  $D(x, \varepsilon) = \{y \in X : d(y,x) < 1\}$  şekline dönüşür. Ayrık metriğin tanımı gereği  $D(x, \varepsilon) = \{y \in X : d(y,x) = 0\}$  olur. Buradan da  $D(x, \varepsilon) = \{y \in X : y = x\} = \{x\}$  bulunur.

**Soru 2)** Ayrık metrik uzayda boş olmayan bir  $B$  kümesi verilsin. Aşağıdakileri belirleyiniz. (20 puan)

- a)  $B^\circ = \dots\dots\dots B \dots\dots\dots$   
b)  $dış(B) = \dots\dots\dots B' = X \setminus B \dots\dots\dots$   
c)  $\partial B = \dots\dots\dots \emptyset \dots\dots\dots$   
d)  $B^\sim = \dots\dots\dots \emptyset \dots\dots\dots$   
e)  $\bar{B} = \dots\dots\dots B \dots\dots\dots$

Sebeplerini aşağıya kısaca açıklayınız.

- a)  $B$  açık olduğundan.  
b)  $dış(B) = (X \setminus B)^\circ = X \setminus B$  olduğundan  
c)  $\partial B = X \setminus (B^\circ \cup dış(B)) = X \setminus X = \emptyset$   
d)  $U = \{x\}$  açık olduğundan  $(U \setminus \{x\}) \cap B = \emptyset \cap B = \emptyset$  olduğundan  
e)  $B$  kapalı olduğundan

**Soru 3) a)** Herhangi bir  $d: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  metrik fonksiyonunu  $d(2,1) = 3/2$  olacak şekilde tanımlayınız (10 puan):

$d(x,y) = 3|x-y|/2$  veya birçok fonksiyon olabilir.

**b)** Tanımladığınız bu  $d$  fonksiyonunun metrik şartlarını sağladığını gösteriniz (20 puan).

- M1)**  $d(x,y) = 3|x-y|/2 \geq 0$  dir.  
**M2)**  $d(x,y) = 3|x-y|/2 = 0 \Leftrightarrow |x-y| = 0 \Leftrightarrow x-y = 0 \Leftrightarrow x=y$  dir.  
**M3)**  $d(x,y) = 3|x-y|/2 = 3|y-x|/2 = d(y,x)$  dir.  
**M4)**  $d(x,y) = 3|x-y|/2 \leq (3/2)(|x-z| + |z-y|) = 3|x-z|/2 + 3|z-y|/2 = d(x,z) + d(z,y)$  elde edilir.

- c)** Bu metriğe göre soruları cevaplayınız.  
i)  $d(3,5) = \dots\dots\dots 3|3-5|/2 = 3 \dots\dots\dots$   
ii)  $D(2,4) = \dots\dots\dots (-2/3, 14/3) \dots\dots\dots$   
iii)  $D[0,1] = \dots\dots\dots [-2/3, 2/3] \dots\dots\dots$   
iv)  $S(0,1) = \dots\dots\dots \{-2/3, 2/3\} \dots\dots\dots$   
v)  $A = \{3\} \cup [4,7)$  kümesinin çapı  $d(A) = 6$  (30 puan)

**Not:** Süre 60 dakikadır. Başarılar. **İNC**