

MAT 3013 SOYUT CEBİR VE SAYILAR TEORİSİ ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:....CEVAP ANAHTARI

13.11.2012

No :.....

Soru 1) Hangi p asalları için p^2 sayısının mükemmel sayı olduğunu belirleyiniz.

p^2 mükemmel ise $t(p^2) = 2p^2$ olmalıdır. Yani $1+p+p^2 = 2p^2$ ve buradan $p^2-p-1 = 0$ olması gerektiği elde edilir. Bunun da hiçbir p asalı için sağlanmadığı açıktır.

Soru 2) $(a,bc) = 1$ ise $(a,b) = 1$ olduğunu gösteriniz.

$(a,bc) = 1$ 'dir $\Leftrightarrow ax + (bc)y = 1$ olacak şekilde x, y tamsayıları vardır $\Leftrightarrow ax + b(cy) = 1$ olacak şekilde x, cy tamsayıları vardır $\Leftrightarrow (a,b) = 1$ 'dir.

Soru 3) $a-2b$ farkı 4 ile bölünebiliyorsa $a+2b$ toplamının da 4 ile bölündüğünü gösteriniz.

$a-2b$ farkı 4 ile bölünebilirse bir k tamsayısı için $a-2b = 4k$ yazılabilir. O halde $a+2b = a-2b+4b = 4k + 4b = 4(k+b)$ bulunur. Burada $k+b$ bir tamsayı olacağından $a+2b$ toplamının 4 ile bölüldüğü görülmüş olur.

Soru 4) p ve q iki farklı asal olmak üzere $\varphi(p^2 \cdot q) = 60$ ise p ve q sayılarını bulunuz.

p ile q aralarında asal ise p^2 ile q da aralarında asaldır. φ çarpım fonksiyonu olduğundan $\varphi(p^2 \cdot q) = \varphi(p^2)\varphi(q) = (p^2-p)(q-1) = 60$ olduğundan $(p-1)p(q-1) = 60$ olur. Deneme yoluyla $p = 3$ ve $q = 11$ bulunur.

Soru 5) 1'den büyük ve n 'den küçük ve n ile aralarında asal olan pozitif tamsayıların toplamı 53 ise n kaçtır?

n 'den küçük ve n ile aralarında asal olan doğal sayıların toplamı $n \cdot \varphi(n)/2$ 'dir. Burada 1'den büyük olanlar sorulduğundan bu toplam $n \cdot \varphi(n)/2 - 1$ olur. Bu 53 olarak verildiğinden $n \cdot \varphi(n)/2 = 54$ elde edilir. Böylece $n \cdot \varphi(n) = 108$ bulunur. Buradan deneme yoluyla $n = 18$ olduğu bulunur.

Süre 70 dakikadır. Başarılar. inc