

MAT 4095 GRAF TEORİYE GİRİŞ ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad:..CEVAP ANAHTARI.....

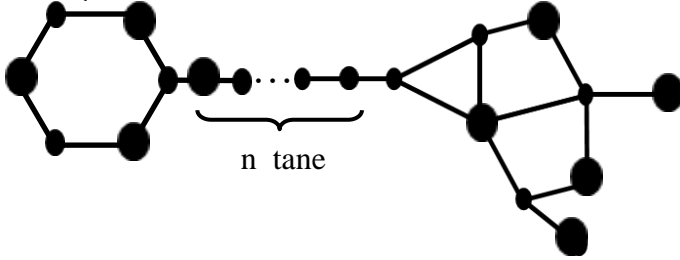
01.12.2021

No :.....

Soru 1) CP_{2n} kokteyl grafının kutuplaşma sayısı 6 ise n sayısı kaçtır? Bu grafın kenar sayısı kaçtır?

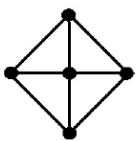
Kutuplaşma sayısı, graftaki en büyük tam grafın mertebesidir. CP_{2n} kokteyl grafının $2n$ köşesi iki gruba ayrılır. Bir gruptaki bir köşe, bulunduğu gruptaki tüm köşelere komşudur, diğer gruptakilerden de bir köşe hariç diğerlerine komşudur. Dolayısıyla n köşeli iki tam graf mevcuttur. O halde kutuplaşma sayısı n olur. Soruda bu 6 olarak verildiğinden $n=6$ olur. Kenar sayısı ise $2n(n-1) = 2 \cdot 6 \cdot 5 = 60$ olur.

Soru 2) Aşağıdaki grafın bağımsızlık sayısını açıklayarak bulunuz?



Bağımsızlık sayısı birbirine komşu olmayan en çok sayıda köşenin sayısıdır. Bu tür sorularda n sayısının tek veya çift olmasına bağlı olarak sonuç değişir. Soldaki C_6 devirinin bağımsızlık sayısı 3; sağdaki grafın bağımsızlık sayısı da 5'tir. Yani büyük noktaların bulunduğu köşelerin sayıları. Ortadaki patika üzerindeki noktalardan n çift iken yarısı, yani $n/2$ tanesi; n tek iken de $(n+1)/2$ tanesi alınabilir. Sonuç olarak bu grafın bağımsızlık sayısı n çift iken $n/2+8$; n tek iken de $(n+1)/2+8$ olur.

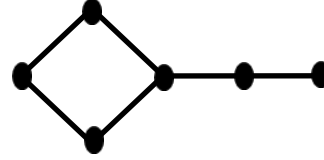
Soru 3) W_5 tekerlek grafının kutuplaşma sayısını açıklayarak bulunuz.



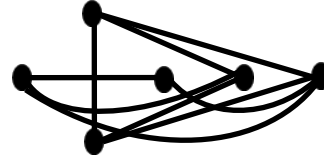
grafının kutuplaşma sayısı, içerdiği en büyük tam grafın mertebesidir. İlk bakışta bu graf K_4 tam grafına benzese de ortadaki köşe nedeniyle K_4 değildir. Yani kutuplaşma sayısı 4'ten küçüktür. Bu graf K_3 tam grafını yani en az bir tane üçgeni bulundurduğundan aranan sayı 3 olur.

Soru 4) $T_{4,2}$ larva grafının tümleyenini çiziniz. Bu tümleyen grafın köşe ve kenar sayılarını ve derece dizisini belirtiniz.

$T_{4,2}$ larva grafı aşağıdadır.



Bu grafın tümleyeni



şeklinde. Köşe sayısı larva grafıyla aynıdır ve 6'dır. Kenar sayısı, tam grafın kenar sayısından $T_{4,2}$ larva grafının kenar sayısının çıkarılmasıyla bulunur. Yani $15-6 = 9$ olur. Derece dizisi ise köşe derecelerinden oluşur ve $\{2,3,3,3,3,4\}$ şeklindedir.

Soru 5) Boyutu mertebesinden iki fazla olan bağlantılı ve basit grafların ortak özellikleri nedir? Açıklayınız.

Boyut kenar sayısı, mertebe ise köşe sayısıdır. Yani kenar sayısı köşe sayısından 2 fazla olan bağlantılı ve basit graflar sorulmaktadır. 2 köşeli bir basit grafta 4 kenar olamaz. 3 köşeli bir basit grafta 5 kenar olamaz. 4 köşeli bir basit grafta 6 kenar olabilir ve bu graf K_4 tam grafıdır ve bir dörtgenin içine iki köşegen çizilerek elde edilir. 5 köşeli bir basit grafta 7 kenar olabilir ve bu örneğin bir beşgenin içine iki köşegen çizilerek elde edilir. Her bir köşegen bölge sayısını bir arttırdığından bu grafların ortak özelliği 3 kapalı yüze sahip olmalarıdır.

Süre 50 dakikadır. Başarılar.

inc