

MAT 1001 ANALİZ I Bütünleme Soruları

29.01.2019

Öğrenci No :

Adı-Soyadı :

Aşağıdaki soruların cevaplarını boşluklara yazınız.

1. Bir küpün yarıçapı ± 0.25 m hatayla 10 m olarak ölçülmüştür. Diferansiyeli kullanarak hacimdeki maksimum hatayı bulunuz.

$$f(x) = x^3$$

$$\Delta V = f(x + \Delta x) - f(x)$$

$$= (x + \Delta x)^3 - x^3$$

$$= x^3 + 3x^2\Delta x + 3x(\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - x^3$$

Hata miktarı $\rightarrow 3x^2\Delta x = 3 \cdot 10^2 \pm 0,25$
 $= \pm 75 \text{ m}^3 //$

2. Yüksekliği h, yarıçapı r olan dik dairesel silindir şeklindeki meyve suyu kutusunun hacmi 32 cm^3 'tür. En az malzeme kullanılarak yapılan kutunun boyutlarını bulunuz.

Silindirin hacmi $V = \pi r^2 h$

" yüzey alanı $S = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

$$\pi r^2 h = 32$$

$$h = \frac{32}{\pi r^2}$$

$$S = 2\pi r^2 + \frac{64}{r}$$

$$S' = 4\pi r - \frac{64}{r^2} = 0$$

$$4\pi r^3 - 64 = 0$$

$$r^3 = \frac{16}{\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi}}$$

$$h = 2 \sqrt[3]{\frac{16}{\pi}} //$$

3. a. $y = 5^{x^2} x^{\sin 2x}$ ise $y' = ?$

$$y = 5^{x^2} x^{\sin 2x}$$

$$\ln y = \ln(5^{x^2} x^{\sin 2x})$$

$$= \ln(5^{x^2}) + \ln(x^{\sin 2x})$$

$$= x^2 \ln 5 + \sin 2x \ln x$$

$$\frac{y'}{y} = 2x \ln 5 + 2 \cos 2x \ln x + \frac{1}{x} \sin 2x //$$

$$y' = 5^{x^2} x^{\sin 2x} \left(2x \ln 5 + 2 \cos 2x \ln x + \frac{1}{x} \sin 2x \right) //$$

- b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + x}{x^2 + x} = ?$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + x}{x^2 + x} = \frac{\infty}{\infty}$$

L'Hospital uygularsak,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + 1}{2x + 1} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2} = \infty \text{ bulunur.}$$

4. $f(x) = x(x-1)^2$ fonksiyonuna $[0,1]$ aralığında Rolle teoremi uygulanabilir mi? Eğer uygulanıyorsa uygun c değerlerini bulunuz.

Rolle Teoremi: $f(x)$ fonksiyonu $[a,b]$ aralığında sürekli, (a,b) aralığında türevlenebilir olsun. $f(a) = f(b)$ ise $f'(c) = 0$ olacak şekilde en az bir $c \in (a,b)$ vardır.

Teoremi fonksiyonumuza uyarlıyorsak, $f(x)$, $[0,1]$ aralığında sürekli ve $(0,1)$ aralığında türevlenebilir.

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 0 \\ f(1) = 0 \end{array} \right\} f(a) = f(b) \checkmark$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x-1)^2 + x \cdot 2 \cdot (x-1) \\ &= (x-1)(x-1+2x) \\ &= (x-1)(3x-1) \end{aligned}$$

$$f'(c) = (c-1)(3c-1) = 0$$

$$c_1 = 1 \quad c_2 = 1/3$$

$c_1 = 1 \notin (0,1)$ olduğundan sadece

$c_2 = 1/3 \in (0,1)$ seçilir.

5. $f(x) = \frac{x^2-7x+12}{x^2-7x+10}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

$$* f(x) = \frac{x^2-7x+12}{x^2-7x+10} = \frac{(x-4)(x-3)}{(x-5)(x-2)}$$

1) TK: $\mathbb{R} - \{2,5\}$

2) Eksenleri kestiği noktalar:

$$x=0 \rightarrow y = 6/5 \quad (0, 6/5)$$

$$y=0 \rightarrow x=3, x=4 \quad (3,0), (4,0)$$

3) DA: $x=2, x=5$

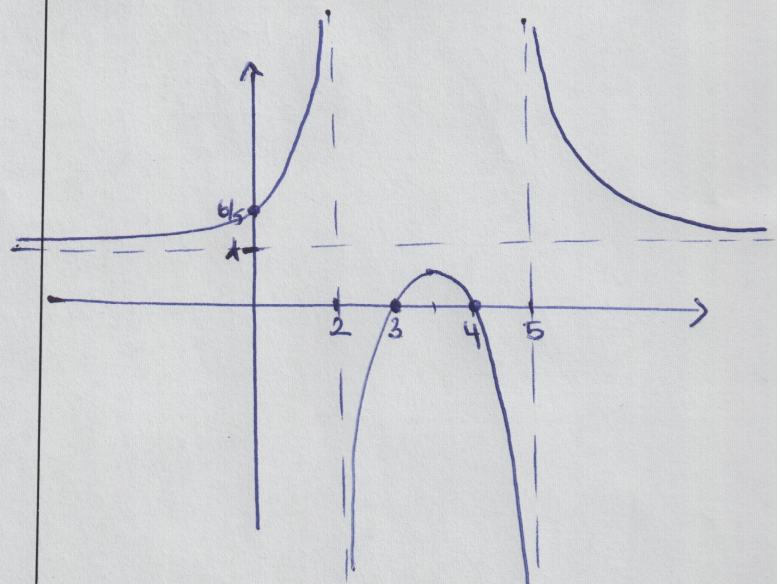
$$YA: \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-7x+12}{x^2-7x+10} = 1$$

$$4) y' = \frac{(2x-7)(x^2-7x+10) - (2x-7)(x^2-7x+12)}{(x^2-7x+10)^2} = 0$$

$$= \frac{(2x-7)(x^2-7x+10 - x^2+7x-12)}{(x^2-7x+10)^2} = 0$$

$$-4x+14 = 0 \rightarrow x = \frac{7}{2}$$

x	$-\infty$	0	$1/3$	2	3	$7/2$	4	5	∞
$f'(x)$	+	+	+	+	+	0	-	-	-
$f(x)$	$1 \rightarrow$	$6/5$	\nearrow	\nearrow	\nearrow	\nearrow	\searrow	\searrow	\searrow



Sınav süresi 70 dakikadır. Başarılar.

Prof. Dr. İ. Naci CANGÜL, Elif KIZILDERE