MAT 1001 ANALİZ I Final Soruları

Öğrenci No : ....

Adı-Soyadı : 16.01.2019

Aşağıdaki soruların cevaplarını boşluklara yazınız.

1. $\lim_{x\to 0}(1+5sinx)^{cotx}=?$

$y=(1+5\sin x)^{\cot x} \rightarrow \ln y=\cot x \ln(1+5\sin x)$

$\lim_{x\to 0}(\ln y)=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x \ln(1+5\sin x)}{\sin x}=\frac{0}{0}$ belirsizliği

L'Hospital uygulanırsa,

$\lim_{x\to 0}(\ln y)=\lim_{x\to 0}\frac{-\sin x\ln(1+5\sin x)+\cos x.\frac{5\cos x}{1+5\sin x}}{\cos x}$

$=\frac{0+1.\frac{5}{1}}{1}=5$

$\lim_{x\to 0}(\ln y)=5 \rightarrow \ln(\lim_{x\to 0} y)=5$

$\lim_{x\to 0} y=e^5$ dir.

2. $f(x)=1+\sqrt{x}$ fonksiyonuna [0,9] aralığında Ortalama Değer Teoreminin uygulanıp uygulanmadığını araştırınız. Eğer teorem uygulanabilirse uygun c değerlerini bulunuz.

Ortalama Değer Teoremi: f(x), [a,b] aralığında sürekli, (a,b) aralığında diferansiyellenebilir olsun. O halde öyle bir $c\in(a,b)$ vardır ki

$f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ dır

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$

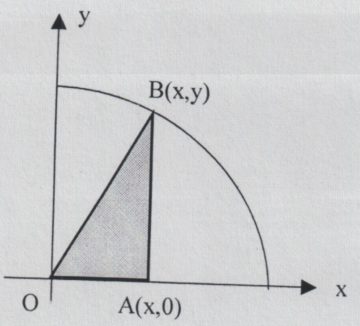
$f(b)=f(9)=1+\sqrt{9}=4$

$f(a)=f(0)=1+\sqrt{0}=1$

$f'(c)=\frac{4-1}{9-0}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$f'(c)=\frac{1}{2\sqrt{c}}=\frac{1}{3} \rightarrow \sqrt{c}=\frac{3}{2} \rightarrow c=\frac{9}{4}$ tür.

3.



Şekildeki denklemi $x^2+y^2=16$ olan dörtte bir çemberin üzerindeki B noktasının x-ekseni üzerindeki dik izdüşümü A(x,0) noktasıdır. Buna göre OAB üçgeninin alanı hangi x değeri için maksimum olur?

$A(x)=\frac{x.y}{2}$ dir. $x^2+y^2=16$ olduğundan

$y^2=16-x^2 \rightarrow y=\sqrt{16-x^2}$ dir.

$A(x)=\frac{x.\sqrt{16-x^2}}{2}$ dir. Türev alınırsa

$A'(x)=\frac{1}{2}\left(1.\sqrt{16-x^2}+\frac{x.(-2x)}{2\sqrt{16-x^2}}\right)$

$=\frac{\sqrt{16-x^2}}{2}-\frac{x^2}{2\sqrt{16-x^2}}$

$=\frac{16-x^2-x^2}{2\sqrt{16-x^2}}=\frac{16-2x^2}{2\sqrt{16-x^2}}=\frac{8-x^2}{\sqrt{16-x^2}}=0$

$x^2=8 \rightarrow x=\sqrt{8}$ değeri için $\overset{\triangle}{OAB}$ üçgeninin alanı maksimum olur.

4. $\sqrt[3]{7,9}$ yaklaşık değerini yaklaşım fonksiyonlarını ve lineer yaklaşımı kullanarak hesaplayınız.

$f(x) = \sqrt[3]{x}$, $a = 8$ seçelim.

Doğrusallaştırma fonksiyonu:

$L(x) = f(a) + f'(a)(x-a)$

$f(a) = f(8) = \sqrt[3]{8} = 2$

$f'(x) = \frac{1}{3} x^{-2/3}$

$f'(a) = f'(8) = \frac{1}{3} 8^{-2/3} = \frac{1}{3} 2^{3 \cdot \frac{-2}{3}}$

$= \frac{1}{12}$

$L(x) = 2 + \frac{1}{12}(x-8)$ dir.

$L(7,9) = 2 + \frac{1}{12}(7,9-8)$

$= 2 + \frac{1}{12} \cdot (-0,1)$

$= 1,9916$ //

5. $f(x) = \frac{x^2}{x+4}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

1. TK: $\mathbb{R} - \{-4\}$
2. Eksenleri kestiği noktalar

$x = 0 \rightarrow y = 0$ $(0,0)$

$y = 0 \rightarrow x = 0$

3. DA: $x = -4$

EA: $x^2 \,\underline{|\, x+4}$

$\underline{-\,x^2 \mp 4x}\ \ \boxed{x-4} \rightarrow$ eğik asimptot

$-4x$

$\underline{-\,-4x-16}$

16

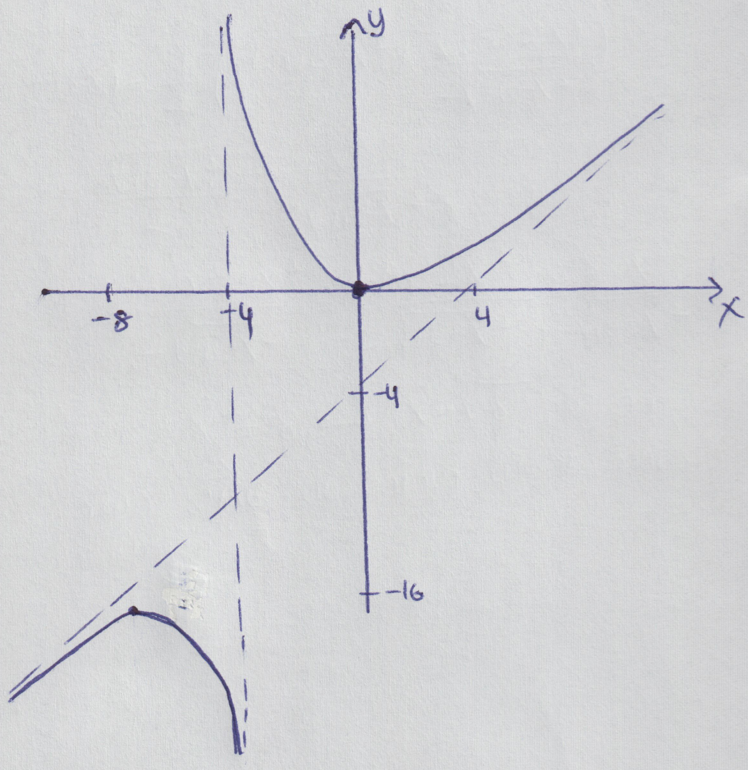
4. $y' = \frac{2x \cdot (x+4) - x^2 \cdot 1}{(x+4)^2} = \frac{x^2+8x}{(x+4)^2} = 0$

$x = 0$ ve $x = -8$ kritik noktalar

$(0,0)$ $(-8,-16)$

5.

x	$-\infty$		-8		-4		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$x-4$	↗	-16	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$x-4$



Sınav süresi 70 dakikadır. Başarılar.

Prof. Dr. İ. Naci CANGÜL, Elif KIZILDERE