

MAT3020 SOYUT CEBİR ARASINAV SORULARI

Ad-Soyad :.....CEVAP ANAHTARI.....

03.04.2018

No:.....

Soru 1) Bir grupta ikinci mertebeden elemanların kümesinin bir alt grup olup olmadığını belirleyiniz.

G grubundaki ikinci mertebeden elemanların kümesi mertebesi 1 olan etkisiz elemanı bulundurmayacağından bir alt grup olamaz.

Soru 2) G bir grup ve $a \in G$ olsun.

$$f : G \rightarrow G$$

$$x \rightarrow axa$$

dönüşümünün bir homomorfizm olması için gerek ve yeter şartı belirleyiniz.

f dönüşümünün bir homomorfizm olması için gerek ve yeter şart her $x, y \in G$ için $f(xy) = f(x)f(y)$ olmasıdır. Bu ise $f(xy) = axya$ ve $f(x)f(y) = axa^2ya$ olduğundan $axya = axa^2ya$ olmasına, bu da gerekli sadeleştirmelerden sonra $a^2 = e$ olmasına denktir. Yani verilen dönüşümün bir homomorfizm olması için gerek ve yeter şart a elemanının ya etkisiz eleman olması ya da ikinci mertebeden olmasıdır.

Soru 3) Bir G grubunun en az bir normal olmayan alt grubu varsa G grubu değişmeli olabilir mi? Açıklayınız.

Değişmeli bir grupta tüm sağ ve sol kosetler birbirine eşit olacağından tüm altgruplar normaldir. O halde bir G grubunun en az bir normal olmayan alt grubu varsa, bu, G grubunun kesinlikle değişmeli olamayacağını gösterir.

Soru 4) A_{n-1} alterne grubu, S_{n+1} simetrik grubunun bir alt grubu mudur? A_{n-1} grubunun S_{n+1} grubundaki sağ koset sayısını belirleyiniz.

A_{n-1} alterne grubu, S_{n-1} simetrik grubunun 2 indeksli bir alt grubudur. $S_{n-1} < S_n < S_{n+1}$ olduğundan $A_{n-1} < S_{n+1}$ olur. $|S_{n+1}| = (n+1)!$ ve $|A_{n-1}| = (n-1)!/2$ olduğundan aranan koset sayısı $[S_{n+1} : A_{n-1}] = (n+1)!/((n-1)!/2) = 2n(n+1)$ olur.

Soru 5) $(\mathbb{Z}_{11}, +)$ toplamsal grubunun kamutatör alt grubunu hesaplayınız.

$(\mathbb{Z}_{11}, +)$ grubu değişmelidir. Bu toplamsal gruptaki herhangi bir kamutatör elemanı $a, b \in \mathbb{Z}_{11}$ olmak üzere $[a, b] = a+b-a-b = 0$ olacağından tüm kamutatörler etkisiz elemana eşittir. Yani kamutatör alt grubu $\{0\}$ 'dir.

Not: Süre 70 dakikadır. Başarılar. İNC